韓國通信學會論文誌 第21卷 第3號 別刷

論文 96-21-3-17

적분검파력 결정 기준에서의 가설 검정과 알려진 신호 검파

正會員 김 선 용*, 송 익 호**, 장 태 주**, 김 광 순**

Testing of Hypotheses and Detection of Known Signals under the Integrated Power Criterion

Sun Yong Kim*, Iickho Song**, Taejoo Chang**, Kwang Soon Kim** *Regular Members*

*한림대학교 전자공학과
**한국과학기술원 전기 및 전자공학과
論文番號:95022-0117
接受日字:1995年 1月 17日

社團法人 韓 國 通 信 學 會

적분검파력 결정 기준에서의 가설 검정과 알려진 신호 검파

正會員 김 선 용*, 송 익 호**, 장 태 주**, 김 광 순**

Testing of Hypotheses and Detection of Known Signals under the Integrated Power Criterion

Sun Yong Kim*, Iickho Song**, Taejoo Chang**, Kwang Soon Kim** *Regular Members*

요 약

이 논문에서는 이진 결정 문제에 쓸 수 있는 새로운 검정 기준을 제안한다. 먼저 검파력을 확장한 적분검파력을 소개하고 이에 바탕을 둔 최량 적분 검정의 개념을 설명할 것이다. 최량 적분 결정 기준은 특정한 매개변수 구간에서 적분검파력 함수의 값을 가장 크게하는 결정 기준이다. 최량 적분 검정의 한 응용으로 알려진 신호 검파 문제를 다루어 본다. 알려진 신호를 검파하는 최량 적분 검파기의 검정 통계량을 얻고 이의 근사를 얻어본다.

ABSTRACT

In this paper, a new test criterion for binary decision problems is proposed. The integrated power function over a parameter interval is first introduced as an extension of the power function. The concept of the most integrated powerful (MIP) test based on the integrated power function is then introduced. The MIP criterion is to maximize the value of the integrated power function in any particular parameter interval. As an application of the MIP test, the known signal detection problem is considered. The test statistic of the MIP detector for known signals is obtained and an approximation to the MIP test statistic is also considered.

I. 머릿말

신호 검파 문제는 귀무가설과 대립가설로 이루어지는 가설 검정 문제로 볼 수 있다[1, 2]. 따라서, 가설 검정 문제를 설정하려면 매개변수에 대한 사전지식이 필요하다. 그러나, 매개변수를 정확히 추정하는 것은 매우 어렵고, 매개변수 값이 바뀌면 검정 문제를 새로 설정해야한다. 그 뿐만 아니라, 최적 검정은 매개변수 값이 바뀌면 민감하게 영향을 받으므로, 실제 상황이 설정된 모형에서 벗어나면 성능이 매우 떨어

*한림대학교 전자공학과
**한국과학기술원 전기 및 전자공학과
論文番號:95022-0117
接受日字:1995年 1月 17日

질 수 있다. 그리고, 최강 (균일 최량) 검정은 존재하지 않을 때가 많다. 국소 최적 검정은 [2-5] 이와 같은 문제를 푸는 대안으로 제안되었다. 국소 최적 검정은 매개변수 값이 귀무가설 아래에서의 매개변수 값에 가까와 질 때는 최적 검정과 비슷한 성능을 나타내지만 매개변수 값이 귀무가설 아래에서의 매개변수 값과 비슷하지 않을 때에는 최적 검정에 견주어 좋지 않은 성능을 보여준다[6].

이 논문에서는 앞에서 말한 문제들을 고려하여 새로운 검정 기준을 제안한다. 이 새로운 검정 기준은 미리 추정한 매개변수 값에서 검파력 함수의 값을 가장 크게 하는 것이 아니라 매개변수 집합에서 적분 검파력 함수의 값을 가장 크게 하는 것이다. 이 결정 기준에 바탕을 둔 검파기는 임의의 매개변수 집합에서 설계될 수 있으므로 실제 환경의 신호대잡음비에서 국소 최적 검파기보다 나은 성능을 보일 것이다. 그림 1로 이 결정 기준을 설명해 보자. 매개변수 구간 $[\theta_1, \theta_2]$에서 적분 검파력 함수의 값이 가장 크게 되도록 하는 이 결정 기준으로 검파기를 얻으면, 매개변수 값이 정확하게 알려져 있지 않거나 구간 $[\theta_1, \theta_2]$에서 바뀔 때에는 검파력 함수에 바탕을 둔 다른 결정 기준에서 얻은 검파기보다 매개변수 값의 영향을 덜 받아 좋은 성능을 낼 것으로 기대할 수 있다.

Ⅱ. 바탕 이론

관측값들로 이루어진 확률 벡터 $Y=(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$의 결합 밀도 함수를 $f_Y(y|\theta)$라 하자. 여기서, θ는 확률밀도함수의 매개변수이다. Y의 실현 $y=(y_1, y_2, \cdots, y_n)$은 n차 실수공간 R^n의 한 점이다. 이진 가설 검정 문제는 관측벡터 Y의 실현 y가 있을 때 두 가설 H_0과 H_1 가운데에서 하나를 고르는 것이다.

유클리드 공간에서 θ의 모든 가능한 값의 집합을 Θ라 하자. 일반적으로 Θ의 부분집합 Θ_0으로 H_0을 나타내고, $\Theta=\Theta_0\cup\Theta_1$가 되도록 서로 배반인 부분집합 Θ_1로 H_1을 나타내도록 한다. 이것을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

H_0: Y는 매개변수 $\theta\in\Theta_0$인 확률밀도함수 $f_Y(y|\theta)$를 갖고,

H_1: Y는 매개변수 $\theta\in\Theta_0$인 확률밀도함수 $f_Y(y|\theta)$를 갖는다.

검정 함수 ϕ에 바탕을 둔 검정의 검파력 함수 $p(\theta|\phi)$는 $\theta=\Theta_0\cup\Theta_1$에 대해 다음과 같다.

$$p(\theta|\phi)=E[\phi(Y)|\theta] = \int_{R^n}\phi(y)\, f_Y(y|\theta)\,dy. \tag{1}$$

따라서, 이것은 특정 매개변수 θ에서 대립가설 H_1을 고를 확률이다. 여기서 두 가지 잘못이 일어날 수 있다. 실제로는 귀무 가설이 옳은데, 대립 가설을 고를 잘못을 첫째잘못 또는 오경보 잘못이라고 한다. 그리고, 실제로는 대립 가설이 옳은데, 귀무 가설을 고를 잘못을 둘째잘못이라 한다. 한편, 검정 함수를 구현하는 검파기 D의 검파력 함수를 $p(\theta|D)$로 쓴다.

이 논문에서는 매개변수 집합에서의 검파력 함수를 다룰 수 있도록 적분 검파력 함수를 제안할 것이다. 이제까지 가설 검정 문제에서는 몇가지 결정 기준이 쓰여 왔는데, 보기를 들면, 베이즈 기준, 최소최대 기준, 네이만-피어슨 기준과 같은 것이 [1] 그것이다. 이 논문에서는 적분 검파력 함수와 적분검파력 결정 기준을 제안하고 그 기준에 바탕을 둔 최량 적분 검정을 살펴 볼 것이다.

Ⅲ. 적분검파력 함수와 가설 검정

정의 1. $\tau\subseteq\Theta$에 대한 검정 함수 ϕ에 바탕을 둔 검정의 적분 검파력 함수 $i(\tau|\phi)$를 다음과 같이 정의하자.

$$i(\tau|\phi)=\frac{1}{Card(\tau)}\int_{\tau} p(\theta|\phi)\,d\theta. \tag{2}$$

여기서, 정규화 상수 $Card(\tau)$는 집합 τ의 크기를 나타낸다. 식 (1)과 (2)에서 검파력 함수 $p(\theta|\phi)$는 $\tau=\{\theta\}$일 때의 적분 검파력 함수 $i(\tau|\phi)$임을 알 수 있다.

참고 1. 매개변수 집합이 이산적일 때는 적분 검파력 함수 $i(\tau|\phi)$를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$i(\tau|\phi)=\frac{1}{Card(\tau)}\sum_{\theta\in\tau} p(\theta|\phi). \tag{3}$$

정의 2. 검정 함수가 ϕ인 가설 검정에서 $\sup_{\tau\subset\Theta_1} i(\tau|$

ϕ)의 값을 이 검정의 적분 크기라 하며, 적분 크기 $\leq\alpha$인 검정을 적분 크기 α 검정이라고 한다.

한편, $\sup_{\theta=\Theta_0} p(\theta|\phi)$를 검정의 크기라 [1] 하는데 $\sup_{\theta=\Theta_0} p(\theta|\phi)=\sup_{\tau\subset\Theta_0} i(\tau|\phi)$이므로, 정의 2에 나타난 적분크기는 검정의 크기와 같은 것이다.

앞에서 설명한 적분검파력 함수에 바탕을 둔 결정 기준은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

적분검파력 결정 기준: 적분 크기 α 검정 가운데에서 적분검파력 $i(\tau|\phi)$에 바탕을 두고 검파기를 설계하는 기준을 적분검파력 결정 기준이라 한다.

정의 3. 적분 크기가 α인 모든 검정의 집합을 Φ_α라 하자. 이 가운데에서 다음 조건을 만족시키는 검정 $\phi^+\in\Phi_\alpha$를 $\tau\subset\Theta_1$에 대한 최량 적분 검정이라 한다.

$$i(\tau|\phi^+)\geq i(\tau|\phi)\quad \forall\phi\in\Phi_\alpha. \tag{4}$$

앞에서도 말했듯이, 최량 검정을 구현하기 어렵고 균일 최량 검정을 얻을 수 없을 때 국소 최적 검정은 꽤 쓸모있다[2]. 그러나, 국소 최적 검정은 지수족 분포에서는 균일 최량 검정이지만 비지수족 분포에서는 특성이 좋지 않을 수도 있다[2, 7].

이제, 적분검파력 결정 기준에 바탕을 둔 최량 적분 검정을 얻는 방법을 생각해 보자.

정리 1. $H_1:\theta\in\tau\subset\Theta_1$에 대한 $H_0:\theta=\theta_0\in\Theta_0$의 가설 검정 문제에서 다음과 같은 꼴을 갖는 검정 함수를 $\phi^+\in\Phi_\alpha$, $E\{\phi^+(Y)|\theta_0\}=\alpha$라고 하자.

$$\phi^+(y)=\begin{cases}1, & \dfrac{\int_\tau f_Y(y|\theta)d\theta}{Card(\tau)}\geq tf_Y(y|\theta_0),\\[2ex] 0, & \dfrac{\int_\tau f_Y(y|\theta)d\theta}{Card(\tau)}< tf_Y(y|\theta_0).\end{cases} \tag{5}$$

여기서 t는 0보다 큰 상수이다. 그러면, 부록에 보인 것처럼,

$$i(\tau|\phi^+)\geq i(\tau|\phi),\quad \forall\phi\in\Phi_\alpha. \tag{6}$$

곧, $H_1:\theta\in\tau\subset\Theta_1$에 대한 $H_0:\theta=\theta_0\in\Theta_0$의 가설 검정 문제에서 ϕ^+는 적분 크기 α 최량 적분 검정이다.

참고 2. 관측 벡터 Y가 이산적이고 그 확률 질량 함수가 P_Y일 때, $H_1:\theta\in\tau\subset\Theta_1$에 대한 $H_0:\theta=\theta_0\in\Theta_0$의 최량 적분 검정 $\phi^+\in\Phi_\alpha$는 다음과 같은 꼴로 나타낼 수 있다.

$$\phi^+(y)=\begin{cases}1, & \dfrac{\sum_{\theta\in\tau} P_Y(y|\theta)}{Card(\tau)}>tP_Y(y|\theta_0),\\[2ex] \gamma, & \dfrac{\sum_{\theta\in\tau} P_Y(y|\theta)}{Card(\tau)}=tP_Y(y|\theta_0),\\[2ex] 0, & \dfrac{\sum_{\theta\in\tau} P_Y(y|\theta)}{Card(\tau)}<tP_Y(y|\theta_0).\end{cases} \tag{7}$$

표본이 이산적일 때, (7)의 확률화 매개변수 γ는 적분 크기 α를 정확히 만족시키도록 할 때 필요하나, (5)에서 볼 수 있듯이 연속 분포에서 표본을 얻는다면 이 매개변수는 필요하지 않다.

참고 3. $\tau=\{\theta_1\}$이고 $\Theta_0=\{\theta_0\}$일 때, 가설 검정 문제는 단순 가설 검정 문제와 같다. 이 때, 최량 적분 검정은 다음과 같이 네이만-피어슨 검정과 같은 얼개를 갖는다.

$$\phi^+(y)=\begin{cases}1, & f_Y(y|\theta=\theta_1)>tf_Y(y|\theta=\theta_0),\\ 0, & f_Y(y|\theta=\theta_1)<tf_Y(y|\theta=\theta_0).\end{cases} \tag{8}$$

다시 말하면, 단순 가설의 네이만-피어슨 검정은 최량 적분 검정의 특별한 것이라 할 수 있다.

참고 4. 일반적으로 신호 검파 문제에서 신호가 존재하지 않는다는 귀무 가설을 신호 크기 매개변수 $\theta=0$이라고 가정한다. 따라서, 이 논문에서 신호 검파 문제를 다룰 때에는 $\Theta_0=\{0\}$이라 둘 것이다.

참고 5. 정리 1에서 대립 가설 $H_1:\theta\in[\theta_1, \theta_2]$에 대한 귀무 가설 $H_0:\theta=0$의 최량 적분 검정 통계량 $T_{MIP}(y\ \theta_1, \theta_2)$을 얻으면 다음과 같다.

$$T_{MIP}(y;\theta_1,\theta_2)=\frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} f_Y(y|\theta)d\theta}{(\theta_2-\theta_1)f_Y(y|\theta=0)}. \tag{9}$$

한 매개변수 지수족 분포에서는 [1] 균일 최량 검정이 존재한다. 일반적으로 최량 적분 검정이 균일 최량 검정에 견주어 어느 정도 성능이 떨어지기는 하나, 한 매개변수 지수족 분포에서는 최량 적분 검정과 균일 최량 검정이 같다는 것을 보일 수 있다.

정리 2. 다음과 같은 한 매개변수 지수족 분포를 생각하자.

$$f_Y(y|\theta)=\exp\{Q(\theta)T(y)+S(y)+D(\theta)\}. \tag{10}$$

여기서, $Q(\theta)$는 비감소 함수이고, $T(y)$는 균일 최량 검정 통계량이며, $S(y)$는 보렐-측정가능(Borel-measurable) 함수이고, $D(\theta)$는 θ의 실변수 함수이다. 이런 한 매개변수 지수족 분포에서 $H_1:\theta\in[\theta_1,\theta_2]$에 대한 $H_0:\theta=\theta_0$, $\theta_0<\theta_1<\theta_2$의 적분 크기 α 최량 적분 검정은 $H_1:\theta>\theta_0$, $\theta_0\in\Theta_0$에 대한 $H_0:\theta=\theta_0$의 균일 최량 검정과 같은 얼개를 갖는다.

정리 2의 증명은 부록에 있다. 적분검파력 결정 기준에 바탕을 둔 최량 적분 검정 통계량을 얻는 방법을 좀 더 명확히 알아볼 수 있도록 보기를 다루어 보자.

보기 1. $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$을 서로 독립이고 $[0,\theta]$에서 균일 분포를 갖는 확률 변수라 하자. 그리고, 귀무 가설을 $H_0:\theta=1$, 대립 가설을 $H_1:\theta\in[2,3]$라고 하자. H_1에 대한 H_0의 적분 크기 α 최량 적분 검정 통계량은 다음과 같다.

$$\frac{\int_2^3 f_Y(y|\theta)d\theta}{f_Y(y|\theta=1)}=\frac{\int_2^3(\frac{1}{\theta})^n I_{\{\max y_i\le\theta\}}d\theta}{I_{\{\max y_i\le 1\}}}. \tag{11}$$

여기서, I_A는 A의 지시(indicator) 함수이며 그 값은 A가 참이면 1, 거짓이면 0이다. 이 때 최량 적분 검정은 다음과 같은 꼴이다.

$$\phi(y)=\begin{cases}1 & \int_2^3(\frac{1}{\theta})^n I_{\{\max x_i\le\theta\}}d\theta>t_1 \text{ 일때}\\ 0 & \int_2^3(\frac{1}{\theta})^n I_{\{\max x_i\le\theta\}}d\theta<t_1 \text{ 일때.}\end{cases} \tag{12}$$

여기서, t_1은 적분 크기 $=\alpha$를 만족시키도록 정해야 하는 상수이다. 그런데, $\int_2^3(\frac{1}{\theta})^n I_{\{\max y_i\le\theta\}}d\theta$는 max y_i의 비감소 함수이므로, 최량 적분 검정 통계량은 $T(y)=\max y_i$이고, 최량 적분 검정 함수를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi(y)=\begin{cases}1 & \max y_i>t_2 \text{ 일때}\\ 0 & \max y_i<t_2 \text{ 일때.}\end{cases} \tag{13}$$

여기서, t_2는 적분크기 $=\alpha$에서 얻을 수 있다. 그리고, 적분검파력 함수 $i(\tau|\phi)$는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$i(\tau|\phi)=\int_\tau p(\theta|\phi)d\theta. \tag{14}$$

보기 2. $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$을 서로 독립이고 다음과 같은 지수 분포를 갖는 확률 변수라 하자.

$$f(y)=\begin{cases}\exp\{-(y-\theta)\} & y>\theta\text{일때}\\ 0 & y<\theta\text{일때.}\end{cases} \tag{15}$$

그리고, 귀무 가설을 $H_0:\theta=1$, 대립 가설을 $H_1:\theta\in[2,3]$라고 하자. H_1에 대한 H_0의 적분 크기 α 최량 적분 검정 통계량은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\int_2^3 f_Y(y|\theta)d\theta}{f_Y(y|\theta=1)}=\frac{\int_2^3\exp\{-\sum_{i=1}^n(y_i-\theta)\}I_{\{\min y_i\ge\theta\}}d\theta}{\exp\{-\sum_{i=1}^n(y_i-1)\}I_{\{\min y_i\ge 1\}}}=\frac{\int_2^3\exp(n\theta)I_{\{\min y_i\ge\theta\}}d\theta}{\exp(n)I_{\{\min y_i\ge 1\}}} \tag{16}$$

이를 간단히 하면 최량 적분 검정은 다음과 같다.

$$\phi(y)=\begin{cases}1 & \dfrac{\int_2^3\exp(n\theta)I_{\{\min y_i\ge\theta\}}d\theta}{\exp(n)I_{\{\min y_i\ge 1\}}}>t_3\text{ 일때}\\ 0 & \dfrac{\int_2^3\exp(n\theta)I_{\{\min y_i\ge\theta\}}d\theta}{\exp(n)I_{\{\min y_i\ge 1\}}}<t_3\text{ 일때,}\end{cases} \tag{17}$$

여기서, t_3는 적분 크기 $=\alpha$를 만족시키도록 정해지는 상수이다. 한편, $\int_2^3(\frac{1}{\theta})^n I_{\{\max y_i\le\theta\}}d\theta$는 max y_i의 비

감소 함수이므로, 최량 적분 검정 통계량은 $T(y)=\max y_i$이고, 최량 적분 검정 함수를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi(y)=\begin{cases}1 & \min y_i > t_4 \text{ 일때} \\ 0 & \min y_i < t_4 \text{ 일때.}\end{cases} \tag{18}$$

여기서, t_4는 적분크기 $=\alpha$에서 얻는다.

보기 3. $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$을 서로 독립이고, 평균이 θ, 분산이 σ^2인 정규 분포를 갖는 확률 변수라 하자. 그리고, 귀무 가설을 $H_0:\theta=1$, 대립 가설을 $H_1:\theta\in[2, 3]$라고 하자. H_1에 대한 H_0의 적분 크기 α 최량 적분 검정 통계량은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\int_2^3 f_Y(y|\theta)d\theta}{f_Y(y|\theta=1)}=\int_2^3 \exp\left\{\frac{2(\theta-1)\sum_{i=1}^n y_i-n(\theta^2-1)}{2\sigma^2}\right\}d\theta. \tag{19}$$

여기서, $\int_1^2 \exp\left\{\frac{2(\theta-1)\sum_{i=1}^n y_i-n(\theta^2-1)}{2\sigma^2}\right\}d\theta$은 $\sum_{i=1}^n y_i$의 비감소 함수이므로, 최량 적분 검정 통계량은 $T(y)=\sum_{i=1}^n y_i$이고, 최량 적분 검정 함수를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi(y)=\begin{cases}1 & \sum_{i=1}^n y_i \geq t_5 \text{ 일때} \\ 0 & \sum_{i=1}^n y_i < t_5 \text{ 일때.}\end{cases} \tag{20}$$

여기서, t_5는 적분크기 $=\alpha$에서 얻을 수 있다. 곧, 정리 2에서도 밝혔듯이 정규 분포 집단에서 표본을 얻었을 때 최량 적분 검정은 균일 최량 검정과 같다.

Ⅳ. 신호 검파 문제

4.1 관측 모형

여러 신호 처리 분야에서 가장 널리 쓰이는 순가산성 잡음 모형을 생각해보자. 알려진 신호 검파 문제에서, 관측값 Y_i를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Y_i=\theta e_i+W_i, \quad i=1, 2, \cdots, n \tag{21}$$

여기서 θ는 신호의 세기를 나타내는 매개변수이고, e_i는 알려진 신호 성분이며, W_i는 i째 표본 순간에서의 순가산성잡음 성분이다. 이 논문에서 평균이 0인 잡음 성분 W_i는 서로 독립이고 같은 분포를 갖는 확률변수라 하고 그 결합 확률밀도함수를 f_W라 하자.

일반적으로, 신호 검파 문제는 결정을 내리는 통계학적 기법 가운데에서 가장 중요한 것의 하나인 가설 검정 문제에 바탕을 두고 있다. 관측값으로부터 어떤 결정 기준에 바탕을 둔 검정 통계량을 계산하고 이를 문턱값과 견주어 보아 검정 통계량이 문턱값보다 크면 신호가 있다는 결정을 내리고, 검정 통계량이 문턱값보다 작으면 신호가 없다는 결정을 내린다. 이때, 신호 세기 θ를 정확히 알 수 없으면 최적 검파기를 얻을 수 없으나, 정리 1에 나온 적분 검파력 결정 기준에 바탕을 둔 최량 적분 검파기를 쓸 수 있을 것이다.

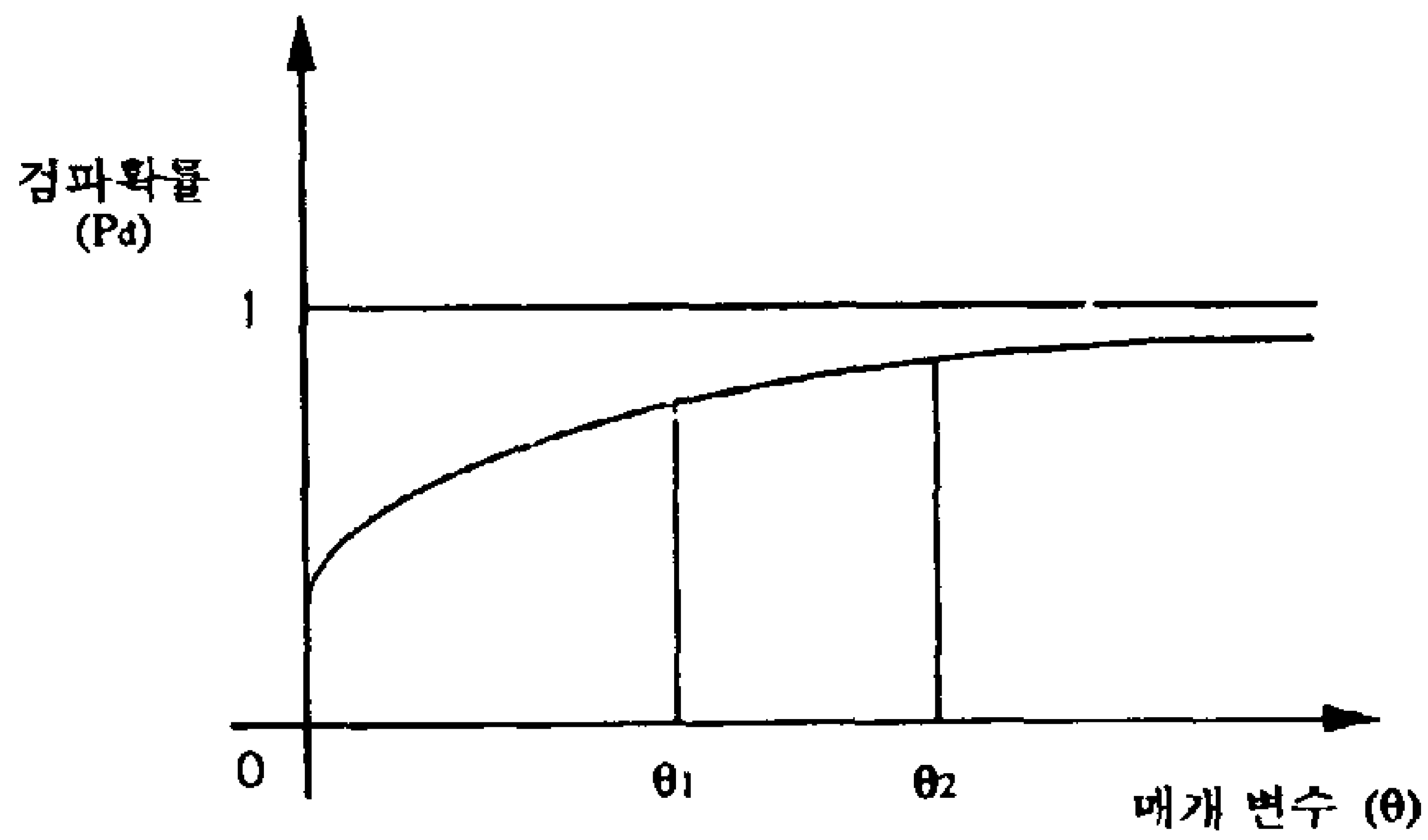

그림 1. 적분 검파력 결정 기준

4.2 최량 적분 검정 통계량의 근사

식 (9)를 잡음 확률밀도함수로 다시 쓰면 최량 적분 검정 통계량은 다음과 같음을 알 수 있다.

$$T_{MIP}(y;\theta_1,\theta_2)=\frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} f_W(y|\theta)d\theta}{(\theta_2-\theta_1)f_W(y|\theta=0)} \tag{22}$$

이 검정통계량의 구체적인 보기는 (13), (18), (20)에 보인 바와 같다. 이제, 최량 적분 검정 통계량 T_{MIP}와 최적 검정 통계량 T_O의 관계, 또 T_{MIP}와 국소 최적 검정 통계량 T_{LO}의 관계를 알아볼 수 있도록 최량 적분 검정 통계량을 θ_1과 θ_2의 함수로 나타내 보자. 먼저, $\theta_2-\theta_1$이 매우 작다면

$$T_{MIP}(y;\theta_1,\theta_2)=\frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2}\left[\sum_{n=0}^{\infty}(\theta-\theta_1)^n f_W^{(n)}(y|\theta_1)/n!\right]d\theta}{(\theta_2-\theta_1)f_W(y|\theta=0)}$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\theta_2-\theta_1)^n}{(n+1)!}\,\frac{f_W^{(n)}(y|\theta_1)}{f_W(y|\theta=0)}$$

$$= \frac{f_W(y|\theta_1)}{f_W(y|\theta=0)} + (\theta_2-\theta_1)\frac{f_W'(y|\theta_1)}{f_W(y|\theta=0)}$$

$$+ \frac{(\theta_2-\theta_1)^2}{2!}\frac{f_W''(y|\theta_1)}{f_W(y|\theta=0)} + O((\theta_2-\theta_1)^3). \quad (23)$$

여기서 $O(\rho^3)$은 $\lim_{\rho\to 0}|O(\rho^3)/\rho^3| < \infty$을 뜻한다. 식 (23)에서 다음을 보일 수 있다[9].

정리 3. 매개변수 $\theta_2 \to \theta_1$이면 최량 적분 검정통계량은 $H_0: \theta=\theta_1$에 대한 $H_1: \theta=0$의 최적 검정 통계량과 같아진다. 또, $\theta_1=0$이고 $\theta_2-\theta_1$이 매우 작으면 최량 적분 검정 통계량은 국소 최적 검정 통계량과 등가이다.

V. 맺음말

이 논문에서는 이진 결정 문제를 풀고자, 새로운 검정 기준을 제안하였다. 새로운 검정 기준에서는 성능 평가 기준으로 검파력 함수 대신에 매개변수 구간에서 적분 검파력 함수를 썼다.

적분 검파력 함수에 바탕을 둔 최량 적분 검정을 소개하였고, 이를 간단한 꼴로 얻었다. 최량 적분 검정을 신호 검파에 응용한 한 보기로써 알려진 신호 검파 문제를 다루어 보았다. 좀더 자세히 말하면, 알려진 신호를 검파하는데 쓸 수 있는 최량 적분 검정 통계량을 얻어보았고, 그 얼개에 대하여 조사해 보았다.

최량 적분 검파기의 검파 성능을 분석하는 문제도 중요한 것으로 보이며, 현재 이 연구를 진행하고 있다.

감사의 글

이 논문은 정보통신부의 대학기초연구지원으로 이루어진 결과 가운데 하나이다.

부 록

정리 1의 증명)

먼저 $\phi^* \in \Phi_\alpha$, $E\{\phi^*(y)|\theta_0\} \le \alpha$라 하고, S^+와 S^-를 각각 $\phi^+(y)=1$과 $\phi^+(y)=0$을 만족시키는 y의 집합이라 하자. 곧, $S^+=\{y\in R^n|\phi^+(y)=1\}$, $S^-=\{y\in R^n|\phi^+(y)=0\}$이고 $S^+\cup S^-=R^n$이다. 이 때, $y\in S^+$이면 $\phi^+(y)\ge\phi^*(y)$이고

$$\frac{1}{Card(\tau)}\int_\tau f_Y(y|\theta)\,d\theta \ge t f_Y(y|\theta_0). \quad (24)$$

또, $y\in S^-$이면 $\phi^+(y)\le\phi^*(y)$이고

$$\frac{1}{Card(\tau)}\int_\tau f_Y(y|\theta)\,d\theta \le t f_Y(y|\theta_0). \quad (25)$$

그러므로 (24)와 (25)에 $\phi^+(y)-\phi^*(y)$를 곱하여 각각 S^+와 S^-에서 적분한 다음 서로 더하면

$$\int_{R^n}[\phi^+(y)-\phi^*(y)]\frac{1}{Card(\tau)}\int_\tau f_Y(y|\theta)\,d\theta\,dy$$

$$\ge \int_{R^n}[\phi^+(y)-\phi^*(y)]\,t f_Y(y|\theta)\,dy \quad (26)$$

$$= t[E\{\phi^+(Y)|\theta_0\} - E\{\phi^*(Y)|\theta_0\}] \ge 0$$

곧,

$$i(\tau|\phi^+) \ge i(\tau|\phi^*). \quad (27)$$

바꿔말하면, ϕ^+는 귀무가설이 $H_0:\theta=\theta_0\in\Theta_0$이고 대립가설이 $H_1:\theta\in\tau\subset\Theta_1$인 검정에서 적분크기 α 최량 적분 검정이다.

정리 2의 증명)

최량 적분 검정 통계량 $T_{MIP}(y;\theta_1,\theta_2)$는 다음과 같다.

$$T_{MIP}(y;\theta_1,\theta_2) = \frac{\frac{1}{\theta_2-\theta_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2} f_Y(y|\theta)\,d\theta}{f_Y(y|\theta_0)}$$

$$= \frac{\frac{1}{\theta_2-\theta_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\exp\{Q(\theta)T(y)+S(y)+D(\theta)\}\,d\theta}{\exp\{Q(\theta_0)T(y)+S(y)+D(\theta_0)\}}$$

$$= \frac{1}{\theta_2-\theta_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\exp\{T(y)[Q(\theta)-Q(\theta_0)]+D(\theta)-D(\theta_0)\}\,d\theta. \quad (28)$$

여기서, $Q(\theta)$가 비감소함수이므로 $\theta>\theta_0$이면 $Q(\theta)-Q(\theta_0)>0$임을 알 수 있다. 그러므로, $T_{MIP}(y;\theta_1,\theta_2)$는 균일 최량 검정 통계량 $T(y)$의 비감소함수이다. 곧, $H_1:\theta\in[\theta_1,\theta_2]$에 대한 $H_0:\theta=\theta_0$의 가설 검정 문제에

서 최량 적분 검정은 $H_1 : \theta > \theta_0$, $\theta_0 \in \Theta_0$에 대한 $H_0 : \theta = \theta_0$의 가설 검정 문제에서 균일 최량 검정과 같다.

정리 3의 증명)

최적 검정 통계량과 국소최적 검정 통계량을 각각 T_O와 T_{LO}라하자. 식 (23)에서 $\theta_2 \rightarrow \theta_1$이면

$$\lim_{\theta_2 \rightarrow \theta_1} T_{MIP}(y;\theta_1, \theta_2) = \frac{f_W(y|\theta_1)}{f_W(y|\theta=0)} = T_O(y).$$

다음에 $\theta_1 = 0$일 때 $\theta_2 - \theta_1 = \varepsilon$이라 두면

$$\lim_{\theta_1 = 0,\, \theta_2 - \theta_1 = \varepsilon} T_{MIP}(y;\theta_1, \theta_2) = 1 + \varepsilon \frac{f'_W(y|\theta=0)}{f_W(y|\theta=0)} + O(\varepsilon^2)$$

$$= 1 + \varepsilon T_{LO}(y) + O(\varepsilon^2).$$

참 고 문 헌

1. V.K. Rohatgi, *An Introduction to Probability Theoryand Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, New York, NY, 1976.
2. S.A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*, Springer-Verlag, New York, NY, 1988.
3. I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum rank detection of correlatedrandom signals in additive noise", *IEEE Tr. Inform. Theory*, vol. IT-38, July 1992, pp. 1311-1322.
4. 송익호, 김상엽, 김선용, 박성일, "신호 의존성 잡음 모형과복합신호검파", 한국음향학회 논문지, 12권, 19-26쪽, 1993년 7월.
5. S.Y. Kim and I. Song, "On the score functions of the two-sample locallyoptiumu rank test statistic for random signals in additive noise", *IEEE Tr. Inform. Theory*, vol. IT-41, May 1995, pp. 842-846.
6. L.C. Godara and M. Schultheiss, "Performance of various detectorsin non-Gaussian noise and weak stochastic signal environment", *Proc. Inter. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 4, Minneapolis, MN, Apr. 1993, pp. 133-136.
7. T.S. Ferguson, *Mathematical Statistics: A DecisionTheoretic Approach*, *Academic*, New York, NY, 1967.

金 善 勇 (Sun Yong Kim) 정회원

1968년 1월 30일생

1986년 3월~1990년 2월 : 공학사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1990년 3월~1993년 2월 : 공학석사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1991년 3월~1995년 8월 : 공학박사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1995년 3월~1996년 2월 : 일본동경대학교 생산기술연구소 외국인박사연구원

1996년 3월~현재 : 한림대학교 전자공학과 전임강사

宋 翊 鎬 (Iickho Song) 정회원

1960년 2월 20일생

1978년 3월~1982년 2월 : 공학사(준최우등), 전자공학과, 서울대학교

1982년 3월~1984년 2월 : 공학석사, 전자공학과, 서울대학교

1984년 1월~1985년 8월 : 공학석사, 전기공학과, Univ. of Pennsylvania

1985년 9월~1987년 5월 : 공학박사, 전기공학과, Univ. of Pennsylvania

1987년 3월~1988년 2월 : 벨 통신연구소 연구원

1988년 3월~1991년 8월 : 한국과학기술원 조교수

1991년 9월~현재 : 한국과학기술원 부교수

1995년 2월~현재 : 한국통신학회 논문지 편집위원

주관심 분야 : 통계학적 신호처리, 신호검파, 스펙트럼 추정, 이동통신

張 泰 株 (Taejoo Chang) 정회원

1960년 4월 20일생

1982년 2월 : 울산대학교 전기공학과 졸업 (공학사)

1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사)

1994년 3월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정

주관심 분야 : 정보이론, 통신이론

金 光 淳 (Kwang Soon Kim) 정회원

1972년 9월 20일생

1990년 3월~1994년 2월 : 공학사 (최우등), 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1994년 3월~1996년 2월 : 공학석사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1996년 3월~현재 : 박사과정, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

주관심 분야 : 통계학적신호처리, 스펙트럼추정, 이동통신