

퍼진신호모형에서의 신호도착방향 추정 : 1. 신호원 모형화

正會員 李容業\*, 金光淳\*, 宋翊鎬\*, 金炯明\*

**Direction of Arrival Estimation under Dispersive  
Signal Models:1. Signal Source Modeling**

**Yong Up Lee\*, Kwang Soon Kim\*, Ickho Song\*,  
Hyung Myung Kim\*** Regular Members

---

\* 한국과학기술원 전기 및 전자공학과  
Department of Electrical Engineering Korea  
Advance Institute of Science and Technology  
論文番號 : 9513-0112  
接受日字 : 1995年 1月 12日

## 퍼진신호모형에서의 신호도착방향 추정 : 1. 신호원 모형화

正會員 李容業\*, 金光淳\*, 宋翊鎬\*, 金炯明\*

### Direction of Arrival Estimation under Dispersive Signal Models:1. Signal Source Modeling

Yong Up Lee\*, Kwang Soon Kim\*, Ickho Song\*, Hyung Myung Kim\* Regular Members

#### 要 約

신호도착방향 (direction of arrival) 추정에서, 신호원은 점신호 (point source) 라고 가정하는데, 이런 가정은 신호원이 배열수신기에서 충분히 멀리 떨어져 있고, 퍼져 있지 않을 때에는 타당하다. 그러나 신호원이 퍼져 있으면, 점신호 가정에 바탕을 둔 신호도착방향 추정 방법은 성능이 나빠질 수도 있다. 이 논문에서는 신호원이 퍼져 있을 때, 퍼진 신호원 모형화에 바탕을 둔 신호도착방향 추정 방법에 대해 생각하여, 모수 (parametric) 모형과 비모수 (non-parametric) 모형을 제안하였다.

#### ABSTRACT

In direction of arrival estimation, the signal sources are usually assumed to be point sources, which is quite a reasonable assumption if the signal sources are located far enough from the array and not dispersive. If the signal sources are dispersive, however, direction of arrival estimation methods based on the point source assumption may result in poor performance. In this paper, based on a dispersive signal source modeling, we consider direction of arrival estimation methods when the signal sources are dispersive, and a parametric and a nonparametric models are proposed.

---

• 한국과학기술원 전기 및 전자공학과  
Department of Electrical Engineering Korea Advanced  
Institute of Science and Technology  
論文番號 : 9513-0112  
接受日字 : 1995年 1月 12日

150 I. 머릿말

II. 퍼진 신호원 모형들

배열신호처리 분야에서 신호도착방향 추정 방법의 한 부류는 배열수신기 출력자료로부터 얻은 공분산 행렬의 고유구조특성을 이용하여 결과를 얻는것이다[1-4]. 공분산 행렬의 고유구조 특성을 이용하지 않은 다른방법들 가운데는 공분산 행렬의 최대우도추정 방법(maximum likelihood estimation method) 이 있다[8].

잘 알려진 신호도착방향 추정 방법으로는 다중 신호 분류 방법이 있고[2], 다중신호분류 방법의 통계학적 특성들은 참고문헌[5-7]에 분석되어있다. 또한 이 방법을 조금 변형한 것이참고문헌[1, 4]에 제안되어 있으며, 또 다른 접근 방법으로 부공간 회전 불변 (subspace rotational invariance) 원리에 바탕을 둔 것이 참고문헌[3]에 있다. 이러한 방법들은 모두 배열신호 출력의 공분산 행렬의 고유구조에 바탕을 둔 것이다. 한편, 최대우도추정 방법에 바탕을 둔 신호도착방향 추정 방법이 있는데, 여기서는 통계학적 기법을 이용해 신호도착방향을 추정하는데, 신호 크기에 대한 가정에 따라 두가지 방법이 있다. 하나는 조건부 (conditional) 방법이고, 다른 하나는 비조건부 (unconditional) 방법이다[8].

이런 모든 방법들은 신호원이 점신호라는 가정아래에서 신호도착방향을 추정하는 것이다. 다시말해서, 신호도착방향이  $\theta$ 이면, 임의의 작은  $\epsilon$ 에 대해  $\theta + \epsilon$ 의 방향에는 신호원이 없어야 한다. 이것은 신호원이 배열수신기로부터 충분히 멀리 있고, 신호가 퍼져 있지 않으면, 타당한 가정이다. 이러한 가정아래에서, 신호 도착 방향의 벡터함수인 조종벡터를 이용하여 신호도착방향을 추정할 수 있다. 그러나, 신호원이 퍼져 있으면, 곧 점신호 가정이 맞지 않으면, 그 결과가 옳을 것이라고 보장할 수 없다.

이 논문에서는 퍼진 신호원 모형화 문제를 제시하고, 기존의 고유구조에 바탕을 둔 방법을 조금 바꾸면, 이를 퍼진 신호의 도착방향을 추정하는데 쓸 수 있다는 것을 보이고자 한다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저 1부에서는 주로 이 논문에서 다루고자 하는 두 퍼진 신호원 모형에 대해 다루었다. 이어서, 2부에서는 퍼진 신호원 모형에서 신호도착방향 추정 방법을 제안하고, 신호도착방향과 퍼짐매개변수들의 추정오차들에 대한 통계적 특성에 관해 알아 보며, 수치적인 보기들과 성능 분석을 다루었다.

M 신호원이 충분히 멀리있어서 점신호원이라고 생각할 수 있거나, 또는 실제로 신호원이 점신호원일 때, L 감지기로 이루어진 배열수신기 출력은 다음과 같다.

$$\underline{y}(t) = \sum_{i=1}^M \underline{a}(\omega_i) x_i(t) + \underline{n}(t). \quad (1)$$

식 (1)에서,  $\underline{y}(t) \in C^{L \times 1}$ ,  $x_i(t)$  는 i제 점신호원을 나타내고,  $\underline{a}(\theta) \in C^{L \times 1}$ 는 조종벡터이고,  $\omega_i$ 는 i제 점신호원의 신호도착방향이고,  $\underline{n}(t) \in C^{L \times 1}$ 는 배열수신기에 더해지는 잡음벡터이다. 여기서  $C^{L \times 1}$ 은  $L \times 1$  복소벡터 공간을 나타낸다. 이때,  $A = [\underline{a}(\omega_1) \quad \underline{a}(\omega_2) \quad \dots \quad \underline{a}(\omega_M)]$ ,  $\underline{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 이라두면, 배열출력  $\underline{y}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\underline{y}(t) = A \underline{x}(t) + \underline{n}(t) \quad (2)$$

이제, 점신호원이 아닌 모형에 대하여 생각해 보자. 퍼진 신호원 밀도를  $s(\theta, t)$ 라 하고, 복소정규 잡음벡터  $\underline{n}(t)$ 가 공간적으로 백색이고, 평균이 0이며, 공분산 행렬이  $\sigma^2 I$ 이고, 신호원 밀도  $s(\theta, t)$ 와 상관관계가 없다고 가정한다. 그러면, 배열 출력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{y}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \underline{a}(\theta) s(\theta, t) d\theta + \underline{n}(t) \\ &= \underline{z}(t) + \underline{n}(t). \end{aligned} \quad (3)$$

이때,  $\underline{z}(t) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \underline{a}(\theta) s(\theta, t) d\theta$  이다. 특히 신호원 밀도  $s(\theta, t)$ 가

$$s(\theta, t) = 2\pi \sum_{i=1}^M x_i(t) \delta(\theta - \omega_i), \quad (4)$$

이면 (3)에서 (1)을 얻을 수 있다. 곧, (3)은 (1)을 일화한 것이라고 볼 수 있다.

그러면, 신호원 밀도  $s(\theta, t)$ 를 다음과 같이 급수 전개로 나타낼 수 있다고 가정하자.

$$s(\theta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m(t) e^{-jm\theta}. \quad (5)$$

식 (5)에서  $c_m(t)$  는 복소정규 확률변수이고,  $E[c_m(t)] = 0$ ,  $E[c_m(t)c_n^*(s)] = r_{mn}\delta_{ts}$ 라고 가정한다. 여기서  $\delta_{ts}$ 는 크로네커 델타 함수 (Kronecker delta function) 이고,  $\sum_{m=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} |r_{mn}| < \infty$ 이다. 그러면, 신호원 밀도 공분산 함수  $C_s(\theta, \phi)$ 는 다음과 같다.

$$C_s(\theta, \phi) = E[s(\theta, t)s^*(\phi, s)] = \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} r_{mn} e^{-j(m\theta - n\phi)} \right] \delta_{ts} \quad (6)$$

요약하면, 신호원이 점신호원일 때,  $\underline{x}(t)$ 의 공분산 함수는 신호도착방향에서 극값을 가지며, 그 값은 이론적으로 무한대이다. 그러나, 신호원이 점신호원이 아니고, 어떤 영역안에 퍼져 있으면, 공분산 함수는 그 영역에서 큰 값을 갖는다. 그러므로 신호가 퍼져 있으면, 점신호원 모형은 사용할 수 없고, 퍼진 신호원 모형을 사용해야 옳은 결과를 얻을 수 있을것이다. 따라서, 이 절에서는 두 퍼진 신호원 모형에 대하여 생각해 보고자 한다. 하나는 퍼진영역이 넓은 신호를 다룰 수 있는 비모수 모형이고, 다른 하나는 퍼진영역이 좁은 신호에서 더 쓸모 있는 모수 모형이다.

### 2.1 비모수 모형

먼저, 비모수 모형에 대해 생각해 보자. 신호원밀도  $s(\theta, t)$ 가 다음과 같다면,

$$s(\theta, t) = \sum_{m=0}^{D-1} c_m(t) e^{-jm\theta} \quad (7)$$

배열 출력은

$$\underline{y}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \underline{a}(\theta) s(\theta, t) d\theta + \underline{n}(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{D-1} \int_0^{2\pi} \underline{a}(\theta) c_m(t) e^{-jm\theta} d\theta + \underline{n}(t)$$

이고, 신호원 공분산 함수는

$$C_s(\theta, \phi) = \left[ \sum_{m=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} r_{mn} e^{-jm\theta} e^{jn\phi} \right] \delta_{ts} \quad (8)$$

곧 (6)에서  $m \geq D$  이거나  $n \geq D$ 일 때,  $r_{mn} = 0$ 이라 두면 (8)을 얻는다.

그러면, 배열 출력의 공분산 행렬은 다음과 같이 나타남을 쉽게 알 수 있다.

$$R_y(t, s) = E[\underline{y}(t)\underline{y}^H(s)] = \left( \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{m=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} r_{mn} \int_0^{2\pi} \underline{a}(\theta) e^{-jm\theta} d\theta \int_0^{2\pi} \underline{a}(\phi) e^{-jn\phi} d\phi \right) \delta_{ts} + \sigma I = \sum_{m=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} r_{mn} \underline{f}_m \underline{f}_n^H \delta_{ts} + \sigma I, \quad (9)$$

여기서  $\underline{f}_m \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \underline{a}(\theta) e^{-jm\theta} d\theta$  이다.  $F = [\underline{f}_0, \underline{f}_1, \dots, \underline{f}_{D-1}]$ 라 정의하여, (9)를 다시쓰면

$$R_o = F \Sigma F^H + \sigma I \quad (10)$$

여기서,  $R_o = R_y(t, t)$  이고  $[\Sigma]_{mn} = r_{m-1, n-1}$  이다.

### 2.2 모수 모형

다음과 같은 신호원 모형을 생각해 보자. 식 (5)에서,  $c_m(t) = \sum_{i=1}^M \alpha_i(t) p^m(\omega_i, \eta_i)$ 가 평균이 0이고, 공분산 함수는  $E[\alpha_m(t)\alpha_n^*(s)] = \sigma_{mn}\delta_{ts}$ 인 복소 확률변수  $\alpha_i(t)$ 와 퍼짐매개변수  $\rho$ ,  $0 \leq \rho < 1$ 와 신호도착방향  $\theta$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ 로 정의되는 함수  $p(\theta, \rho) = \rho e^{j\theta}$ 로 이루어진다고 하자. 그러면

$$s(\theta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m(t) e^{-jm\theta} = \sum_{i=1}^M \alpha_i(t) / (1 - p(\omega_i, \eta_i) e^{-j\theta})$$

이므로, 배열 출력은

$$\underline{y}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \underline{a}(\theta) s(\theta, t) d\theta + \underline{n}(t) = \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i(t)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\underline{a}(\theta)}{1 - p(\omega_i, \eta_i) e^{-j\theta}} d\theta + \underline{n}(t) = \sum_{i=1}^M \alpha_i(t) \underline{b}(\omega_i, \eta_i) + \underline{n}(t) \quad (11)$$

로 된다. 여기서

$$\underline{b}(\theta, \rho) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\underline{a}(\phi)}{1 - \rho(\theta, \rho)e^{-j\phi}} d\phi. \quad (12)$$

한편 신호원 밀도 공분산 함수는

$$C_s(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \frac{\sigma_{mn} \delta_{ts}}{(1 - \rho(\omega_m, \eta_m) e^{-j\theta})(1 - \rho(\omega_n, \eta_n) e^{-j\phi})} \quad (13)$$

이므로, 출력 공분산 행렬  $R_o$ 는 다음과 같다.

$$R_o = B \Delta B^H + \sigma I \quad (14)$$

여기서,  $[\Delta]_{mn} = \sigma_{mn}$ 이고,  $B = [\underline{b}(\omega_1, \eta_1), \underline{b}(\omega_2, \eta_2), \dots, \underline{b}(\omega_M, \eta_M)]$ 이다. 식 (10)과 (14)는 점신호원 모형에서 배열 출력의 공분산 행렬식과

$$R_y = A R_x A^H + \sigma I \quad (15)$$

매우 비슷하다. (15)에서  $R_x = E[\underline{x}(t)\underline{x}^H(t)]$ 이다.

### 2.3 두 퍼진신호원 모형의 비교

신호원이 넓은 영역에 걸쳐 퍼져있을 때는 비모수 모형을 쓰는 것이 더 낫다는 것을 쉽게 알 수 있다. 모수 모형은 좁게 퍼진 신호원에 주로 쓸 수 있으며, 퍼짐매개변수  $\rho$ 를 작은 값으로 두면 넓게 퍼진 모형에서도 사용할 수 있다. 뒤에 구체적으로 보이겠지만, 배열감지기 수가 많을 때에는 비모수 모형을 써도 공분산 함수  $C_s(\theta, \phi)$ 의 근사값을 꽤 정확하게 얻을 수 있다. 그러나, 배열감지기 수가 적을 때에는 근사값을 충분히 정확하게 얻을 수 없으므로, 모수 모형을 쓰는 것이 바람직하다.

### 2.4 수치적 보기

이제 퍼진모형에서 여러 보기에 대해 생각해 보겠다.

보기 1. 이 보기에서는 신호원밀도  $s(\theta, t)$ 가 그림 1(가)에 나와 있듯이  $\frac{-18^2}{\pi^2}(\frac{\pi}{18} - \theta)(\frac{3\pi}{18} - \theta), \frac{\pi}{18}$

$\leq \theta \leq \frac{3\pi}{18}$ 의 50차 근사일 때를 생각해 보자.  $L=55, 50, 30, 20, 10$ 일 때,  $s(\theta, t)$ 의 공분산함수를 그림 1(나)에 보였다. 여기서 최대값은  $10^\circ$ 와  $30^\circ$  사이에 있다는 것을 알 수 있는데, 이는  $L$ 이 커질수록 더욱 명확해진다.

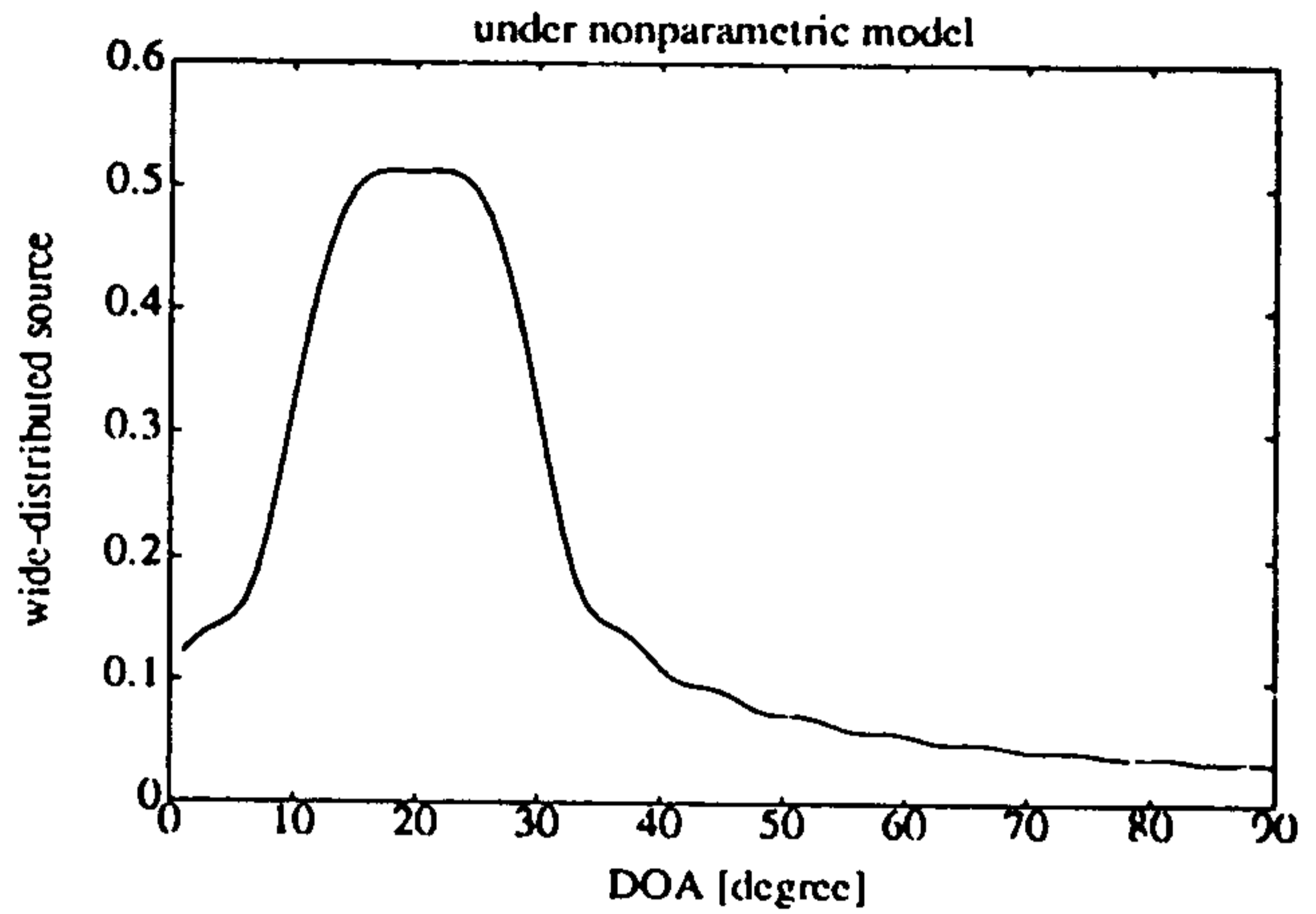


그림 1(가). 퍼진신호원 밀도  $S(\theta, t)$

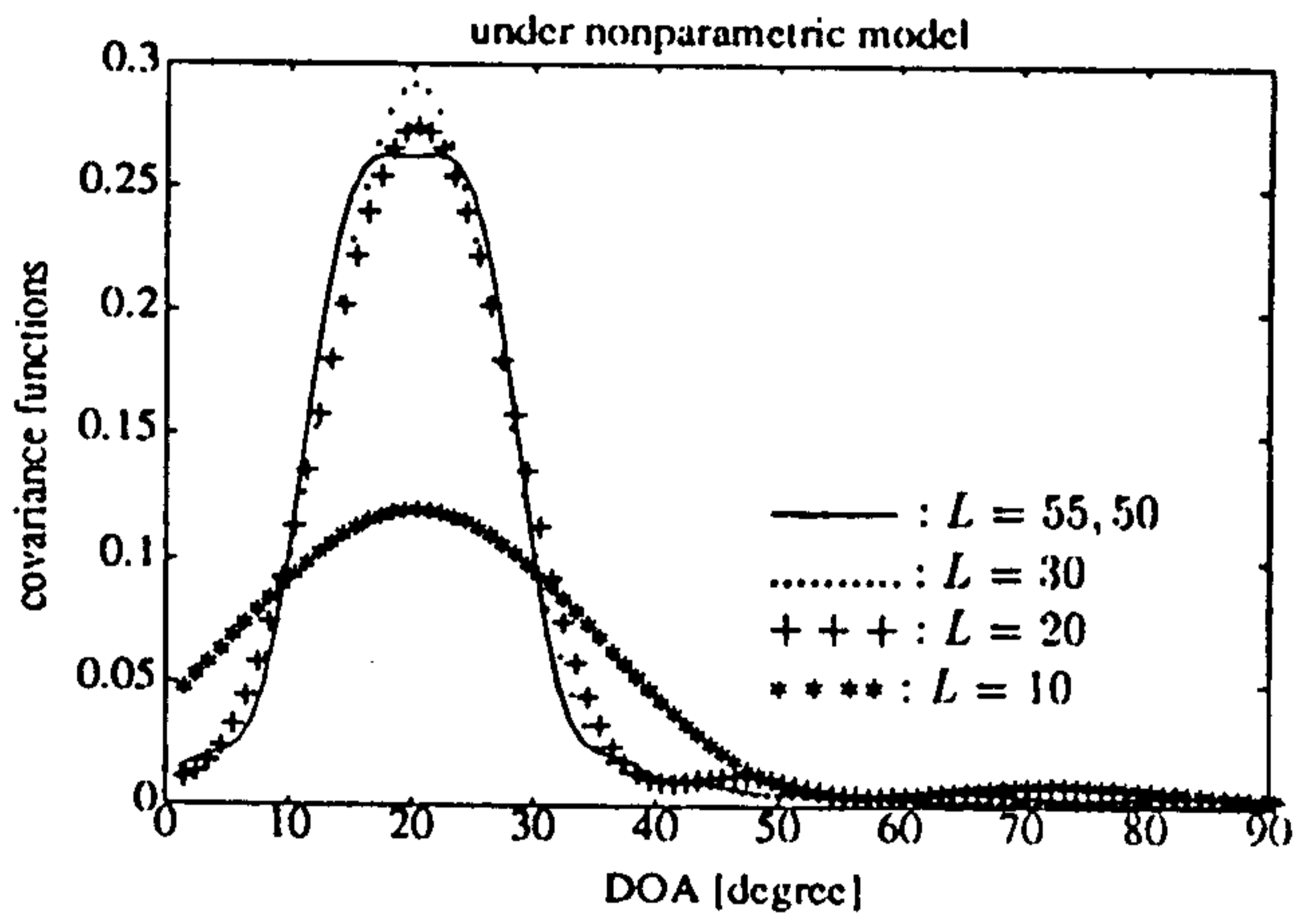


그림 1(나). 배열감지기 수  $L$ 이 55, 50, 30, 20, 10일 때, 그림 1(가)의 퍼진신호원의 공분산 함수들.

보기 2. 신호원밀도  $s(\theta, t)$ 가  $\delta(\theta - \frac{\pi}{9})$ 이고,  $L=55, 50, 30, 20, 10$ 일 때  $s(\theta, t)$ 의 공분산함수를 그림 2에 보였다. 여기서, 보기 1과는 달리 감지기 수  $L$ 이 늘어날수록 공분산함수의 모양이 더 뾰족해짐을 알 수 있다.

위 결과에서 감지기 수가 어느정도 크면, 신호원 위치는 공분산함수를 조사하여 찾을 수 있다는 것을 알 수 있다. 이를 다시 말하면, 공분산함수를 써서 퍼진 신호원의 위치를 알아 내려면 충분한 수의 감지기가 있어야 한

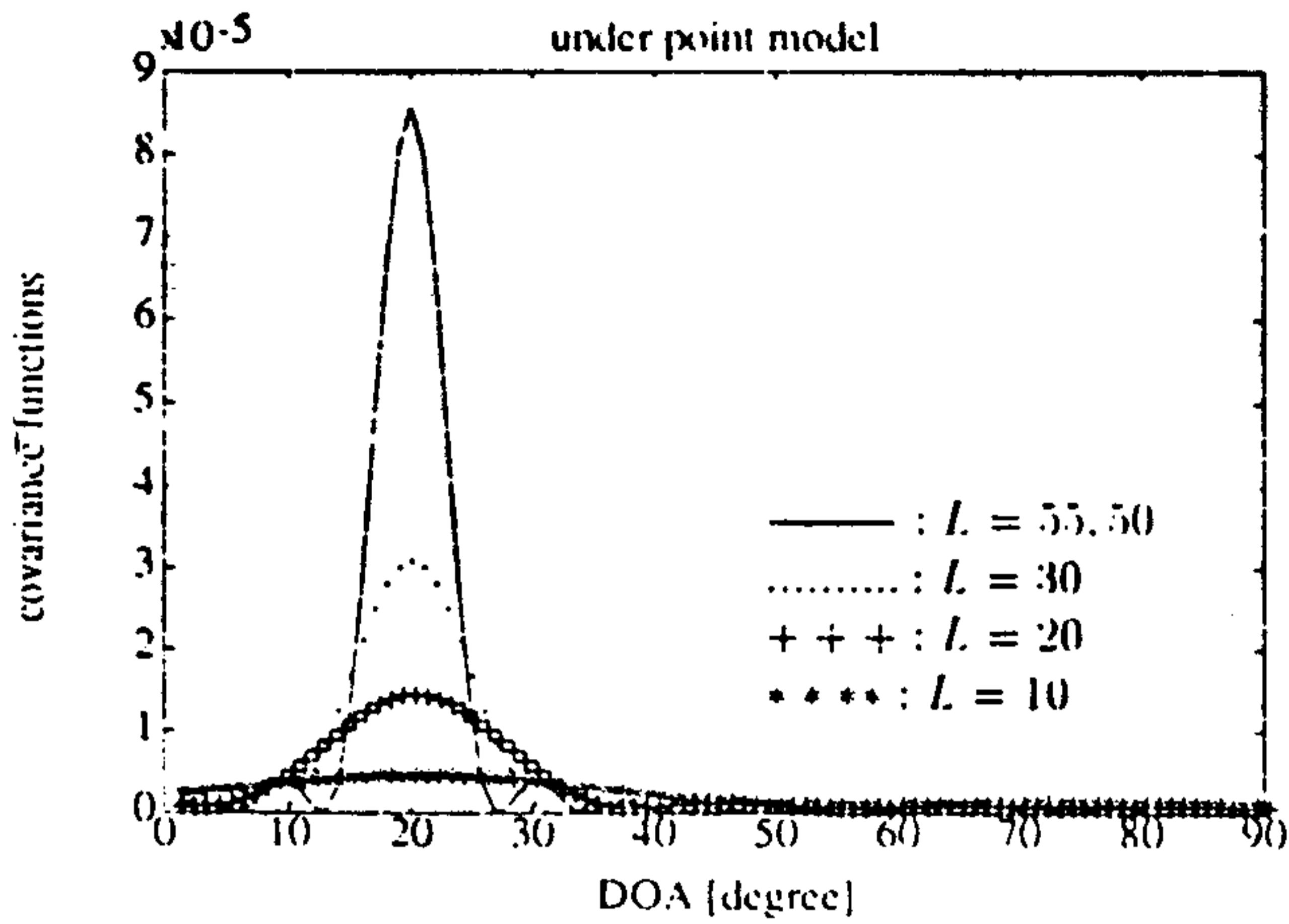


그림 2. 배열감지기 수  $L$ 이 55, 50, 30, 20, 10일때, 점신호원 밀도  $S(\theta, t) = \delta(\theta - \frac{\pi}{9})$ 의 공분산 함수들

다는 것이다. 이때, 감지기 수가 많아질수록 퍼진신호원 때문에 생기는 공분산함수의 폭은 어느정도까지 - 퍼진 신호의 원래 폭까지 - 점점 줄어들게 되나, 만약, 신호원이 점신호원이라면 공분산함수의 폭은 아주 작게 줄어들게 된다.

### Ⅲ. 맺음말

신호원이 점신호원이 아니고 어떤 영역에 퍼져있을 때에는, 점신호원 가정에 바탕을 둔 신호도착방향 추정 방법을 직접적으로 사용할 수 없다. 그러므로, 퍼진신호원을 모형화하여, 퍼진신호원에 대한 신호도착방향 추정 방법에 대해 생각해야 한다. 이 논문에서는 퍼진 신호원을 모수 모형과 비모수 모형 두가지로 나누어서 생각하였다. 모수 모형은 제한이 많지만, 배열감지기 수가 적을 때에는 비모수 모형보다 좋은 결과를 낼 수 있다. 2부에서는 퍼진신호원 모형에서 신호도착방향 추정 방법과 그 통계적 특성에 대해 살펴보겠다.

### 참고문헌

1. R. Kumaresan and D.W. Tuffs, "Estimating the angles of arrival of multiple plane wave", it *IEEE Trans. Aero., Electr. Sys.*, vol. AES-19, pp.34-139, January, 1983.
2. R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," it *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. AP-34, pp.276-280, March, 1986.
3. R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath, "ESPRIT-a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise," it *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-34, pp.1340-1342, October, 1986.
4. J. Choi, I. Song, S. Kim, and Y.K. Jhee, "A generalized null-spectrum for direction of arrival estimation", it *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. SP-42, pp.462-469, February, 1994.
5. P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound," it *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-37, pp.720-740, May, 1989.
6. J. Choi and I. Song, "Asymptotic distribution of the MUSIC null spectrum", it *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. SP-41, pp.985-988, February, 1993.
7. J. Choi, I. Song, S. Kim, S. Y. Kim, and H.M. Kim, "A statistical analysis of MUSIC null-spectrum via decomposition of estimation error", it *Signal Proc.*, vol. 34, pp.179-192, November, 1993.
8. P. Stoica and A. Nehorai, "Performance study of conditional and unconditional direction of arrival estimation", it *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-38, pp.1783-1795, October, 1990.



李容業 (Yong up Lee) 종신회원

1962년 10월 15일생

1982년 3월 ~ 1985년 2월 : 공학사, 전자공학과, 서울대학교

1985년 3월 ~ 1987년 2월 : 공학석사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1992년 9월 ~ 현재 : 박사과정 재학중, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1995년 : 휴먼테크 논문대상 은상 수상

1986년 8월 ~ 현재 : (주)삼성전자, 멀티미디어 연구실 근무

\* 주관심분야 : 통계학적 신호 처리, 배열신호처리, 통신이론



金光淳 (Kwang Soon Kim) 정회원

1972년 9월 20일생

현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정 재학중

\* 주관심분야 : 통계학적 신호 처리, 스펙트럼 추정, 이동통신



宋翊鏞 (lickho Song) 종신회원

1960년 2월 20일생

1982년 2월 : 공학사(준최우등), 서울대학교 전자공학과

1984년 2월 : 공학박사, 서울대학교 대학원 전자공학과

1984년 2월 : 공학박사, Univ. of Pennsylvania, 전기공학과

1987년 5월 : 공학박사, Univ. of Pennsylvania, 전기공학과

1987년 3월 ~ 1988년 2월 : Bell Communications Research (Morristown) 연구원

1988년 3월 ~ 1991년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수

1989년 IEEE 한국지회 재무

1988년 3월 ~ 1991년 한국음향학회 편집위원

1991년 9월 ~ 현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수

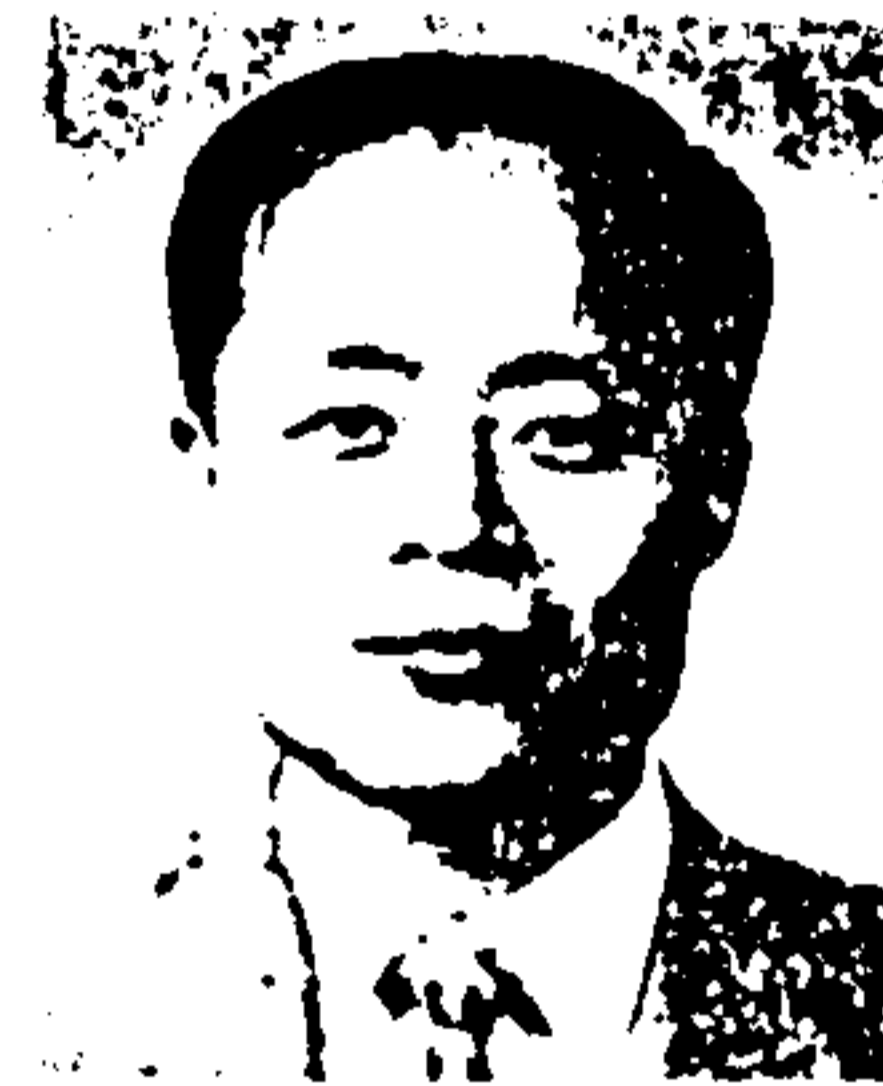
1995년 : 한국통신학회 편집위원

1989년 9월 : 1990년 8월 : URSI 신진과학자상

1991년 11월 : 한국통신학회 학술상

1993년 11월 : 한국음향학회 우수연구상

\* 관심연구영역 검파와 추정, 통계학적신호처리, 배열신호처리, 스펙트럼분석, 통신이론



金炯明 (Hyung Myung Kim) 정회원

1952년 10월 24일생

1974년 2월 : 서울대학교 공학사

1982년 4월 : 미국 Pittsburgh 대학 전기공학과 석사

1985년 12월 : 미국 Pittsburgh 대학 전기공학과 공학박사

1986년 4월 ~ 1992년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수

1992년 9월 ~ 현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수

\* 주관심분야 : 디지털 신호와 영상처리, 다차원 시스템 이론, 비디오신호 전송통신 이론