

## Adaptive Space Time Code Design with Channel coding

Il Mu Byun, Jin Bae Park, Kyung Jun Kim, Kwang Soon Kim  
 Dept. of Electrical and Electronic Engineering  
 Yonsei University 134 Shinchonedong, Sudaemoon-gu Seoul, 120-749, Korea

### Abstract

(Multiple Input Multiple Output: MIMO)

(Space Time Code: STC)

Multiplexing (SM) Golden code SM Spatial SNR  
 Golden code SM  
 Golden code SM

### I. 서론

다중 송수신 안테나 시스템은 통신 시스템의 용량을 증가시키거나 채널의 다양성 (diversity)을 확보하기 위해 사용되어 왔다. MIMO 채널을 효과적으로 사용하기 위해 전송 심볼에 시공간 부호를 맵핑 (mapping)한 후에 다중 안테나를 통해 신호를 송신한다. 지금까지의 시공간 부호에 관한 연구는 특별한 시공간 부호를 사용하지 않고 안테나 별로 다른 신호를 전송하는 SM [1]과 다양성을 최대화 하는 Space-Time Block Code (STBC) [2][3]로 나누어져 연구되어 왔다. 최근에는 다중안테나 채널의 전송률을 최대화시키면서 다양성을 최대화 하는 Linear Dispersion Code (LDC) 계열의 시공간 부호가 연구되어 왔다 [4]-[7]. 그러나 지금까지의 연구는 채널 부호를 사용하지 않은 상황에서 시공간 부호를 설계 하는 것이었다

그러나 차세대 이동 통신에서는 터보 부호나 LDPC 와 같은 채널 부호를 사용하므로, 실제 시스템에 보다 적합하도록 채널 부호가 사용된 상황에서 시공간 부호를 설계할 필요가 있다. 실제로 채널 부호가 사용된 경우에는 그렇지 않은 경우와 시공간 부호의 성능이 상대적으로 다르게 나타난다. 그러므로 채널 부호의 부호율, 변조 방식을 고려하여 시공간 부호를 설계하여야 한다. 채널 부호가 사용된 경우에는 채널의 특성과 사용된 채널 부호의 부호율과 같은 요소에 따라 시스템의 성능이 변화한다. 그러므로 본 논문에서는 다양한 상황에 적합한 적응적 시공간 부호에 대하여 알아보았다.

본 논문의 구조는 다음과 같다. II장에서는 다중 안테나 시스템의 모형과 시공간 부호 종류에 따른 로그 우도 비분포 특성에 대하여 알아본다. III장에서는 로그 우도 비분포 특성을 바탕으로 채널 부호 상황에 적합한 시공간 부호를 제안한다. IV장에서는 제안한 시공간 부호를 다양한 환경에서 모의 실험해본 결과를 보이고 V장에서 결론을 맺는다.

### II. 시스템 모형 과 로그 우도 비 분포

시스템 환경은 고속 채널 (fast fading)이고, 시공간 부호 한 블록 동안 채널이 일정한 quasi static 채널로 가정하였다. 송신 안테나의 개수는  $N_t$ 개 이고 수신 안테나의 개수는  $N_r$ 개 이다. 채널  $\mathbf{H}$ 는  $N_r \times N_t$  행렬로 각 원소는 독립이고 같은 분포를 가지며 평균은 0, 분산은 1 인 복소 가우시안 (complex Gaussian) 변수이다.  $T$  는 시공간 부호 블록의 시간 축의 길이이고, 수신 신호  $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{N_r \times T}$  은 다음과 같이 나타난다.

$$\mathbf{R} = \sqrt{\frac{E_s}{N_t}} \mathbf{H} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (1)$$

$\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N_t \times T}$  는 안테나에서 송신하는 심볼이다.  $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{N_r \times T}$  은 잡음으로 평균은 0 이고 분산은 1 인 복소 가우시안 변수이다.  $E_s$  는 심볼 에너지를 뜻한다. 계산의 편의를 위해 (1)의 MIMO 모델을 벡터형태로 나타낼 수 있다. 수신 신호  $\mathbf{r}$  은  $\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R})$  로 나타낼 수 있으며 [5]. 이 때, 수식(2)와 같이 정리 할 수 있다.

$$\mathbf{r} = \sqrt{\frac{E_s}{N_t}} \mathbf{H}_{stack} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2)$$

$$= \sqrt{\frac{E_s}{N_t}} \mathbf{H}_{stack} \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

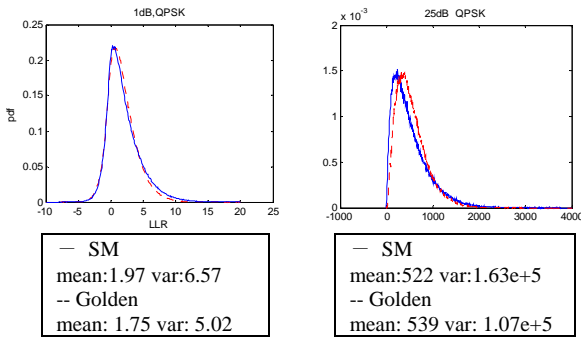
여기서  $\mathbf{H}_{stack}$  은  $\mathbf{H}_{stack} = \text{diag}(\mathbf{H}, \mathbf{H}, \dots, \mathbf{H})$  로  $N_r T \times N_t T$  행렬이다.  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_t T \times 1}$  는 송신 심볼 벡터이고,  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r T \times 1}$  은 잡음 벡터이다.  $\mathbf{x}$  는  $N \times 1$  인 데이터 심볼을 갖는 벡터이다.  $N$  은 시공간 부호 한 블록에서 전송하는 데이터 심볼의 개수를 뜻 한다.  $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{N_t T \times N}$  는 분산 행렬 (dispersion matrix)로 데이터 벡터  $\mathbf{x}$  에 곱함으로써 시공간

부호의 부호어 (codeword)인  $\mathbf{s}$  를 생성한다. 분산 행렬  $\mathbf{C}$  는 다음과 같다.

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \cdots & w_{1,N} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \cdots & w_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{M,1} & w_{M,2} & \cdots & w_{M,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3)$$

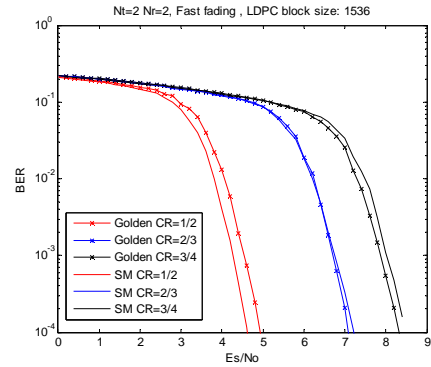
식 (3)에서  $M = N_T$  이다.

채널 부호가 사용된 시스템에서 수신단에서의 입력 신호는 최대우도비검출 (Maximum Likelihood detection) 과정을 거쳐 로그우도비 (Log-likelihood ratio)로 변화된다. 이렇게 검출된 로그우도비를 이용해 최종적으로 복호기 (decoder)에서 신호를 복호화 (decoding) 한다. 즉, 로그우도비의 분포 특성에 따라 시스템의 성능이 변화하게 된다. 그러므로 시공간 부호의 종류에 따른 로그우도비 분포의 특성을 알아 볼 필요가 있다. 로그우도비 분포의 특성은 신호 대 잡음 비 (SNR)의 크기에 따라 다르게 나타난다. 그림 1 은 송수신 안테나가 각각 2 개일 때 SM 과  $2 \times 2$  LDC 중 가장 성능이 좋은 것으로 알려진 Golden code 의 로그우도비 분포를 1dB 와 25dB 에서 시뮬레이션을 통해 얻은 결과이다.



1 SNR SM Golden code

SNR 이 작은 경우에는 SM 의 로그우도비 분포의 평균이 Golden code 보다 크고 분산도 크다. 반면에 SNR 이 큰 경우에는 Golden code 의 로그우도비 분포의 평균이 SM 보다 크고 분산은 작다. 복호화 과정을 거치기전에 단순히 로그우도비의 분포를 놓고 본다면 평균이 크고 분산이 작은 경우에 오류가 발생할 확률이 작을 것이라고 추측할 수 있다. 채널 부호를 사용하지 않은 경우에는 SNR 이 어느 정도 커진 다음부터 시공간 부호에 따른 성능의 변화가 나타난다. 위의 로그우도비 분포에서도 SNR 이 큰 경우에는 Golden code 의 평균이 크고, 분산은 작게 나타났으므로 성능이 더 좋을 것이라고 추측할 수 있다. 그러나 LDPC 또는 터보 부호와 같은 채널 부호를 사용하는 경우에는 채널 부호를 사용하지 않은 경우보다 낮은 SNR 에서 채널 부호에 따른 시스템의 성능 차이가 발생한다. 그러므로 채널 부호를 사용하는 경우에는 낮은 SNR 에서의 로그우도비 분포가 중요하다. SNR 이 낮은 경우에는 SM 의 로그우도비 분포의 평균이 Golden code 보다 크고 분산도 크게 나타났으므로 성능을 예측하기 어렵다. 그림 2 는 송수신 안테나가 2 개이고 QPSK 상황에서의 부호율에 따른 SM 과 Golden code 의 성능 변화를 나타낸 그래프이다.



2

위의 그림에서와 같이 부호율에 따라 최적의 성능을 갖는 시공간 부호가 다른 것을 확인 할 수 있었다. 부호율이 높아지면 채널 부호를 사용하지 않은 것과 비슷하므로 Golden code 의 성능이 좋은 것을 확인 할 수 있었고, 반대로 부호율이 낮아지면 SM 의 성능이 좋게 나타나는 것을 확인 할 수 있었다.

### III. 적응적 시공간 부호

II장에서 채널 부호에 따라 시공간 부호의 성능이 변하는 것을 알 수 있었다. 그러므로 채널 부호가 사용된 상황에 알맞은 시공간 부호를 찾을 필요가 있다. 우선, 채널 부호가 사용된 상황에서의 시공간 부호의 설계 기준을 다음과 같이 가정하였다.

#### 1. 로그우도비 분포

동일한 채널 부호를 사용한 경우 수신된 신호의 로그우도비의 분포에 따라 시스템의 성능이 변화한다. 송수신 안테나의 개수, 채널의 특성이 같은 경우에 시공간 부호를 변화시키므로써 수신 로그우도비를 변화시킬 수 있다. 그러므로 채널 부호에 적합한 로그우도비를 갖는 시공간 부호를 설계한다.

#### 2. Capacity

채널 용량을 최대화 시키기 위해 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다 [4][5].

$$\mathbf{C}\mathbf{C}^H = \mathbf{C}^H\mathbf{C} = \mathbf{I} \quad (4)$$

채널 부호 상황에 적합한 로그우도비 분포를 갖는 시공간 부호를 설계하기 위하여 분산 행렬  $\mathbf{C}$  에 따른 로그우도비의 분포 변화를 알아보았다. 로그우도비는 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$LLR(k, 0) = \log \frac{f(b_k = 0 | \mathbf{r})}{f(b_k = 1 | \mathbf{r})} = -\frac{|\mathbf{r} - \hat{\mathbf{r}}(b_k = 0)|^2}{2\sigma_n^2} + \frac{|\mathbf{r} - \hat{\mathbf{r}}(b_k = 1)|^2}{2\sigma_n^2} \quad (5)$$

여기서,  $LLR(k, 0)$  는  $k$  번째 bit 에 0 이 송신되었을 경우의 로그우도비값이다.  $f(b_k = 0 | \mathbf{r})$  은 수신신호가  $\mathbf{r}$  일 때  $k$  번째 비트가 0 일 확률이고,  $f(b_k = 1 | \mathbf{r})$  은  $k$  번째 비트가 1 일 확률이다.  $\hat{\mathbf{r}}(b_k = 0)$  은  $k$  번째 비트가 0 인 것 중에 최대우도비검출 방식을 통해 추정된 신호이다.  $\hat{\mathbf{r}}(b_k = 1)$  은  $k$  번째 비트가 1 인 경우에 구한것이고,  $\sigma_n^2$  은

잡음의 분산이다.  $\tilde{\mathbf{r}}(b_k=0) = \sqrt{E_s/N_t} \mathbf{H}_{stack} \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}}(b_k=0)$  이고,  $\tilde{\mathbf{r}}(b_k=1)$  이면  $\tilde{\mathbf{x}}(b_k=0)$  이  $\tilde{\mathbf{x}}(b_k=1)$  이 된다. 식 (5)를 아래와 같이 정리 할 수 있다.

$$LLR(k,0) = -\frac{|\mathbf{n} + \mathbf{D}_0|^2}{2\sigma_n^2} + \frac{|\mathbf{n} + \mathbf{D}_1|^2}{2\sigma_n^2} = \frac{2(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_0)^H \mathbf{n} + |\mathbf{D}_1|^2 - |\mathbf{D}_0|^2}{2\sigma_n^2} \quad (6)$$

$$\mathbf{D}_i = \sqrt{\frac{E_s}{N_t}} \mathbf{H}' \mathbf{C} (\mathbf{s} - \tilde{\mathbf{s}}(b_k=i)) \quad ,i=0,1 \quad (7)$$

계산을 간단히 하기 위해  $\mathbf{D}_0$  와  $\mathbf{D}_1$  에 관한 가정을 하였다. k 번째의 송신 데이터는 0 이고,  $\mathbf{D}_0$  의 경우 신호 검출 (detection)의 오류는 없다고 가정하였다. 그러므로  $\mathbf{D}_0 = 0$  이 된다.  $\mathbf{D}_1$  은 다음과 같이 각 경우로 나누었다.

- case 1: k번째 심볼만 다른 경우

$$\tilde{\mathbf{s}}(b_k=1) = [s_1 = \tilde{s}_1 \quad s_2 = \tilde{s}_2 \cdots s_k \neq \tilde{s}_k \quad \cdots s_N = \tilde{s}_N] \quad (8)$$

$$\mathbf{D}_1 = \sqrt{\frac{E_s}{N_t}} \mathbf{H}_{stack} \mathbf{C} [0, \dots, d_{\min}, \dots, 0]^T = \sqrt{\frac{d_{\min}^2 E_s}{N_t}} \mathbf{H}_{stack} \mathbf{C} [0, \dots, 1, \dots, 0]^T \quad (9)$$

$d_{\min}$  은 최소 유클리디언 거리이다.

- case 2: k번째 심볼 외에, 송신 심볼과 다른 심볼이 j 번째에 하나 더 있는 경우

$$\tilde{\mathbf{s}}(b_k=1) = [s_1 = \tilde{s}_1 \quad \cdots s_j \neq \tilde{s}_j \quad \cdots s_k \neq \tilde{s}_k \quad \cdots s_N = \tilde{s}_N] \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_1 &= \sqrt{\frac{E_s}{N_t}} \mathbf{H}_{stack} \mathbf{C} [0, \dots, d_{\min}, \dots, d_{\min}, \dots, 0]^T \\ &= \sqrt{\frac{d_{\min}^2 E_s}{N_t}} \mathbf{H}_{stack} \mathbf{C} [0, \dots, 1, \dots, 1, \dots, 0]^T \end{aligned} \quad (11)$$

- case 3: 송신 심볼과 다른 심볼이 3개 있는 경우
  - case L: 송신 심볼과 다른 심볼이 L개 있는 경우
- 최종적인 로그우도비의 확률밀도함수(pdf)는 각 case의 확률밀도함수를 합해서 얻을 수 있다.

$$p_{LLR}(x) = \sum_i p_{LLR}(x|case i) p_{LLR}(case i) \quad (12)$$

예를 들어 SM 의 경우에 아래와 같이 case 2 가 선택 되는 경우는 채널을 통과한 심볼이 서로 상쇄할 때 라고 가정하면 case2 인 경우의  $\mathbf{D}_1$  을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{D}_1 = \sqrt{\frac{d_{\min}^2 E_s}{N_t}} (\mathbf{h}_k | -\mathbf{h}_j) = \sqrt{\frac{d_{\min}^2 E_s}{N_t}} \mathbf{C}_2 \quad (13)$$

이렇게해서 얻어진 변수  $\mathbf{C}_2$  를 정규분포라고 가정하면 아래와 같은 분산을 가지는 정규분포로 모형화 할 수 있다.

$$\text{var}(\mathbf{C}_2) = \frac{4}{\pi} \frac{\sigma_k^3}{\sigma_j^3} (\sigma_k^2 + \sigma_j^2) \left[ \frac{\sigma_j^6}{\sigma_k^6} \arctan\left(\frac{\sigma_k^2}{\sigma_j^2}\right) - \frac{\sigma_j^8}{\sigma_k^4 (\sigma_k^4 + \sigma_j^4)} \right] \quad (14)$$

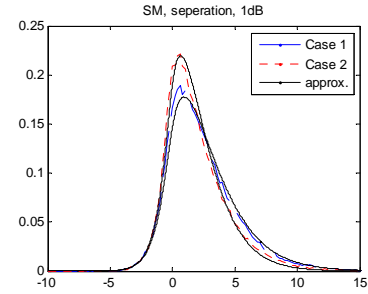
case 3 이상의 경우에도 부호가 다른 채널이 선택되었을 것이므로, 부호가 다른 한 쌍을 선택해서 변수 Z 로 모형화 한다. Z 는 정규분포로 모형화 되었으므로, Z 와 남은 채널을 case 2 에서와 같은 과정을 거쳐 다시 변수  $\mathbf{C}_3$  를 계산한다 case L 도 마찬가지로 과정을 반복한다. 결국 각 case 별 확률밀도함수는 식(14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$p_{LLR}(x) = \int p_{LLR}(x|\mathbf{H}) p(\mathbf{H}) d\mathbf{H}$$

$$= \frac{1}{8\sigma^4 P} \exp\left(-\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2\sigma^2}} |x| + \frac{x}{2}\right) \left( \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2\sigma^2}}} + \frac{|x|}{2} \right),$$

$$\sigma^2 = d_{\min}^2 \frac{E_s}{N_t} \text{var}(C_i)^2 \quad (15)$$

그림 3 에서 각 case 별 실제 확률밀도함수와 위에서 근사화한 확률밀도 함수를 비교하였다.



3 case

case 1 보다 case 2 인 경우가 평균이 작고 분산이 커지는 형태로 나타났다. 결국 동일한 분포에서 case 1 이 많이 나올수록 로그우도비 분포의 평균이 커지고, 분산은 작아질 것이다. 최종적인 확률밀도 함수를 구하기 위해 각 case 가 나올 확률은 시뮬레이션을 통해 얻은 결과를 사용하였다. 최종적으로 SM 과 Golden code 의 경우 표 1 과 같은 결과를 얻었다.

1dB	SM		Golden	
	mean	Var.	Mean	Var.
Simulation	1.96	6.57	1.75	5.02
Modeling	2.17	6.86	1.78	4.84

1 SM Golden code

로그우도비 분포의 모형화 과정을 통해 다음과 같은 특성을 짐작할 수 있다. 식(15)에서와 같이 각 경우의 로그우도비의 분포는 분산 행렬 원소의 크기에 의해 결정되는 것을 확인할 수 있었다. 그러므로 분산 행렬 원소의 크기를 변화시킴으로써 로그우도비의 분포를 변화시킬 수 있다. 또한 뒤로 갈수록 로그우도비의 분포가 열화 되었으므로 이를 방지 하기 위해 분산 행렬에서 합하는 심볼의 개수를 줄여주는 것이 좋다. 분산 행렬에서 합하는 심볼의 개수가 증가할수록 서로 다른 심볼끼리 상쇄할 확률이 커져 큰 case 가 나올 확률이 증가하기 때문이다. 그러므로 다중안테나에서 얻을 수 있는 다양성 (diversity)을 손상 시키지 않는 범위에서 분산 행렬에서 합하는 데이터 심볼의 개수를 최소화 시켰다. 그러므로 송수신 안테나가 2 개인 경우의 분산 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{23} & w_{24} \\ 0 & 0 & w_{33} & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

위와 같은 상황에서 식(4)를 만족 시켜야 하므로 간단히 식(17) 같이 정리할 수 있다. 식(18)의 형태는 [7]에서 제안한 God code 와 형태가 같다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} a & be^{j\theta_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & de^{j\theta_6} \\ 0 & 0 & de^{j\theta_7} & -ce^{j(\theta_6+\theta_7)} \\ be^{j\theta_3} & -ae^{j(\theta_2+\theta_3)} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\theta_2 + \theta_3 = \theta_6 + \theta_7 + \theta_r \quad (18)$$

최종적으로 식(19)과 같이 정리할 수 있다. 앞선 로그우도비 모형화에서 분산 행렬의 각 원소의 크기를 변화 시킴으로써 로그우도비의 분포특성을 변화 시킬 수 있다는 것을 확인 하였다. 그러므로 식(19)의 r 값을 변화 시킴으로써 각 채널 부호에 따라 적응 전송 할 수 있을 것이다.

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \begin{bmatrix} 1 & jr & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -r \\ jr & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (19)$$

#### IV. 모의실험 결과

식(19)에서 채널 부호와 변조 방식에 따른 최적의 r 값을 찾아 보았다. r 값은 SM 과 같은 성능을 갖는 0 에서부터 Golden code 과 같은 성능을 갖는 0.6183 까지 0.05 간격으로 변화시키면서 최적의 성능을 갖는 값을 찾아본 결과이다.

Code rate	1/2	2/3	3/4
r	0	0.4	0.55

2 QPSK r

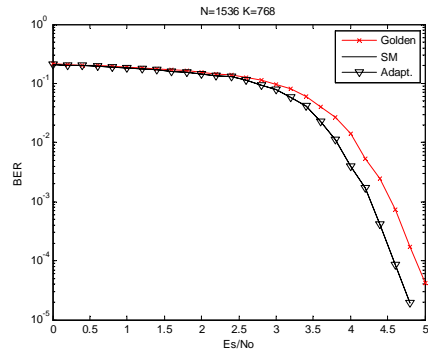
다음은 표 2 의 r 값을 사용한 시공간 부호를 부호율에 따라 모의실험 해본 결과이다. 기본 적인 채널 환경은 II장에서 서술한 것과 같다. 채널 부호는 802.16e 규격에 있는 LDPC 부호를 사용하였고, LDPC 한 블록의 길이는 1536 으로 두었다. 송수신 안테나의 개수는 각각 2 개씩이고 변조방식으로는 QPSK 를 사용하였다.

그림 3 에서 부호율이 1/2 인 경우는 r=0 인데, r=0 이면 제안한 부호의 형태는 SM 과 같다. 그러므로 부호율이 1/2 일 때는 SM 이 가장 좋은 성능을 갖는 것을 알 수 있었다. 2/3 과 3/4 일 때는 수치적으로 검색한 r 값을 갖는 경우에 보다 좋은 성능을 갖는 것을 확인 할 수 있었다.

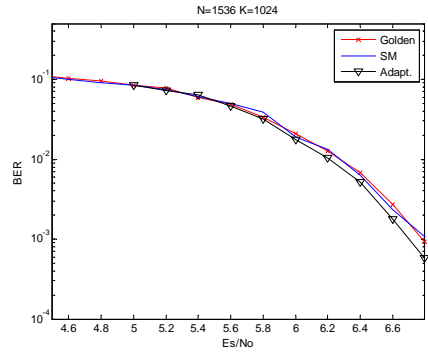
#### V. 결론

본 논문에서는 채널 부호를 사용한 상황에 적합한 시공간 부호를 설계해 보았다. 채널 부호를 사용한 상황에서는 채널 부호를 고려하지 않은 상황에서와는 시공간 부호의 성능이 다르게 나타났다. 채널 부호율에 따른 시공간 부호의 성능은 채널 부호율이 낮은 경우 에는 SM 의 성능이 가장 좋았고, 채널 부호율이 높은 경우에는 Golden code 가 성능이 가장 좋았다. 그리고 채널 부호율이 중간 정도의 값을 갖는 경우에 두 경우보다 좋은 성능을 갖는 시공간 부호를 찾을 수 있었다. 본 논문에서는 송수신 안테나의 개수가 각각 2 개인 경우 시공간 부호 모델로 식(19)을 제시하였다.

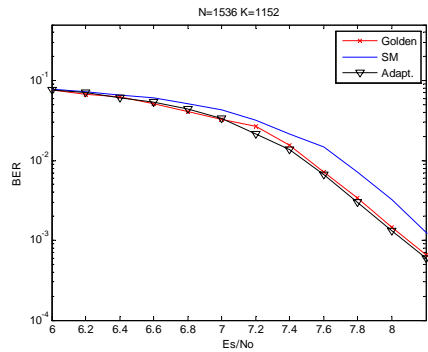
그러므로 식(19)의 시공간부호 구조에서 부호율에 따라 r 값을 변화시키면 SM 또는 Golden code 중 하나만을 쓰는 것보다 좋은 성능을 얻을 수 있다.



4 1/2



5 2/3



6 3/4

#### 참고문헌

- [1] G.J. Foschini, "Layered Space-Time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment When Using Multi-Element Antennas", *Bell Lab Tech. Journal.*, pp.41-59, Autumn, 1996
- [2] S.M. Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communication", *IEEE Journal Select Area Commun.* vol. 16, no 8, October 1998
- [3] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.45, no 5, July 1999
- [4] M.O. Damen, A. Tewfik and J.C. Belfiore, "A Construction of a Space-Time Code Based on Number Theory", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol 48, no 3, March 2002
- [5] R.W. Heath, Jr., A.J. Paulraj, "Linear Dispersion Codes for MIMO Systems Based on Frame Theory", *IEEE Trans. Signal Proc.* vol 50, no 10, October 2002
- [6] J.C. Belfiore, G. Rekaya and E. Viterbo, "The Golden Code: A 2x2 Full-Rate Space-Time Code With Nonvanishing Determinants", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol 51, no 4, April 2005
- [7] M.I. Lee, S.K. Oh and D.S. Kwon, "Design of space-time codes achieving generalized optimal diversity", *IEEE Com. Globa-Com*, 2005